Lycée Pilote Sfax	Devoir de synthèse n°1	$1^{ère}$ année
8 Décembre 2014	Mathématiques	Durée : 1 H 30

Exercice 1 : (5 points)

1) a) Développer $\left(\sqrt{15}-3\sqrt{5}\right)^2$ et $(5-3\sqrt{3})^2$

b) Comparer les réels $\sqrt{15}-3\sqrt{5}$ et $5-3\sqrt{3}$

2) Soient les réels a , b et c tels que $a=\dfrac{\sqrt{60-30\sqrt{3}}}{\sqrt{5}}$; $b=\dfrac{4\sqrt{6}-6\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}}$ et $c=\dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$.

a) Simplifier a et b.

b) Montrer que a et b sont opposés et que a et c sont inverses.

c) Calculer alors la valeur de $A=\left(\dfrac{a^2c}{b}\right)^5\left(\dfrac{b}{a^2c}\right)^4$

Exercice n°2 : (3,5 points)

Soit $A=(x+2)^2-25+(x-3)^2$ et $B=(x-2)^3-1-(x-3)(x-1)$

1) Factoriser A et B.
2) Vérifier que $B-A=x(x-3)(x-6)$.
3) Sachant que $|2x-3|\leq 1$, encadrer $B-A$.

Exercice n°3 : (3,5 points)

Soient x et y deux réels strictement négatifs tel que $x<y$.

1) a) Comparer $\dfrac{x}{y}$ et $\dfrac{y}{x}$.

b) En déduire que $\dfrac{x+2y}{y}>\dfrac{2x+y}{x}$.

2) Montrer que $\dfrac{x^2}{y}-\dfrac{y^2}{x}<y-x$

Exercice n°4 : (8 points)

ABC est un triangle isocèle en A tel que AB= AC = 6 et $\widehat{BAC}=30°$.

Soit I le milieu de [BC] et H le projeté orthogonal de B sur (AC).

1) Calculer AH , BH et HC.

2) a) Evaluer l'angle $\widehat{HCB}$.

b) Montrer alors que $tan75°=2+\sqrt{3}$.

3) Les droites (BH) et (AI) se coupent en un point L.

a) Evaluer l'angle $\widehat{ALH}$.

b) Calculer alors LH.

4) Soit E le point de la demi-droite [AB) tel que $AE=4\sqrt{3}$.

Montrer que les droites (BH) et (EC) sont parallèles.

5) La parallèle à la droite (AB) passant par C coupe (AI) en J.

a) Montrer que le triangle AJC est isocèle en C.

b) Les droites (AJ) et (EC) se coupent en K. Montrer que $\dfrac{KE}{KC}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.